666. D'Amore B. (2008). Falso dilemma. *Vita Scolastica*. 63, 4, 16-18. ISSN: 0042-7349.

Apprendimento della matematica: usare *solo* simboli astratti o *solo* modelli concreti?

Bruno D'Amore

Un recente articolo pubblicato su *Scientific American* a proposito dell'apprendimento della matematica da parte dei bambini di primaria ha creato un vero e proprio putiferio internazionale; in Italia è stato ripreso dall'autorevole rivista *Le Scienze* e da qualche quotidiano.
Come spesso capita, non ne valeva la pena: se avessero chiesto ai didatti della matematica, si sarebbe scoperto che il risultato della ricerca (condotta da psicologi) è già patrimonio della ricerca didattica da vari decenni.
Vediamo di che si tratta.

Si usa dire che, dovendo far apprendere la matematica a bambini piccoli, si *devono* usare oggetti concreti e *solo* riferimenti concreti; è per questo che, qualche decennio fa, si sono divulgati e molto diffusi ambienti artificiali di apprendimento: numeri colorati, regoli, blocchi numerici, modellini di geometria etc. Lo scopo è di creare apprendimento "locale" di fatti matematici con la scommessa pedagogica seguente: se un bambino ha appreso quel concetto con quello strumento, in quella situazione ludica, lo esporterà poi ad altri ambienti, generalizzandolo, secondo il (falso) principio: il transfer cognitivo è automatico.

Il fallimento totale di questo sogno è sotto gli occhi di tutti.
Studiosi del calibro di Hermann Maier, Colette Laborde e molti altri, anche di scuola italiana ed anglosassone, mostrarono che le cose non stanno così (forse qualche Lettore ancora ricorda il mio articoletto «Basta con le cianfrusaglie», pubblicato su questa Rivista alcuni anni fa…).
Se si propone un concetto matematico esclusivamente sotto forma concreta, il bambino ha tutto il diritto di identificare il concetto con l'oggetto; cosicché legherà strettamente ed indissolubilmente il suo apprendimento a quell'oggetto, presentato sotto forma concreta; e dunque, di fatto, non apprenderà il concetto, ma legherà quell'apprendimento alla relazione od operazione concreta che gli è stata proposta.

Per esempio, Martha Isabel Fandiño Pinilla, riprendendo da studi precedenti di scuola spagnola ed anglosassone, ha mostrato, nel suo fortunatissimo libro: *Frazioni, aspetti concettuali e didattici* (Bologna: Pitagora. 2005), che l'accanimento didattico ad insegnare le frazioni su pizze e torte, su rettangoli concreti di carta, e basta, finisce con il fare identificare il concetto matematico "frazione" a quello concreto su cui si è tanto insistito. Tanto che, quando sarà necessario, nella stessa scuola primaria, ma ancor più in quella media, che la frazione si identifichi con un numero razionale, allora lo studente crolla cognitivamente e non sa più come comportarsi. Cominciano allora quelle aberrazioni che ogni insegnate delle medie conosce, per esempio il bambino pone sulla linea dei numeri razionali 4/5 tra 4 e 5, identificandolo con 4,5; ed altre amenità simili.

Maier da oltre vent'anni mostra come l'atto di usare solo modelli concreti in geometria, provoca non apprendimento, ma totale confusione nell'apprendimento degli studenti: lo studente apprende il modello concreto, non apprende la matematica.
Tanto per farmi capire; se si mostra ad un bambino di 5 anni un cubo di legno rosso piccolo, e lo si identifica con il nome "cubo", il bambino avrebbe tutto il diritto di capire che il significato specifico del termine "cubo" sta nel dato percettivo più evidente e, per lui, rilevante, il color rosso. Per cui potrebbe apprendere che i cubi sono i solidi concreti rossi.
È ovvio che sto esagerando, ma solo per farmi capire; gli esempi dati negli anni da Maier e numerosi altri sono tanti.

Anche il grande psicologo Efraim Fischbein è intervenuto più volte sull'argomento, con esempi che hanno fatto il giro del mondo e che io, ingenuamente, credevo fossero conosciuti da tutti, anche dalla comunità degli sperimentatori psicologi.

Dunque, le conclusioni parziali sono:
NON si deve identificare la matematica con modelli concreti, anche perché per sua natura l'apprendimento umano è situato e la sua generalizzazione richiede sforzi specifici.

D'altra parte, NON si può, a bambini così giovani ed immaturi, proporre tutta la matematica solo attraverso formalismi o giochi simbolici o pure astrazioni verbali; un ancoraggio alla realtà empirica dalla quale traggono le maggiori informazioni, è necessaria.
Ci sono poi costrutti matematici che si spiegano SOLO all'interno della matematica e che nessun modello concreto è in grado di spiegare.

Anche qui, propongo un esempio chiarificatore.

Tutti abbiamo imparato a scuola che cosa sono i numeri negativi, per esempio dicendo che a Bressanone, in una giornata di gennaio particolarmente rigida, il termometro segna -7; se nel pomeriggio la temperatura cresce di 3, l'operazione che esprime la nuova temperatura è -7+3; se invece durante la notte scende di 2, la operazione da fare è -7-2. Con questo modello concreto, uno capisce che cosa vuol dire numero positivo e negativo, capisce anche un po' come modellizzare le addizioni algebriche; ma questo modello concreto è fuorviante se uno cerca di fare le moltiplicazioni. Che cosa significa $(-7)\times(-2)$? E perché darà un numero positivo? NON sarà certo l'esempio tratto dal modello concreto a spiegare ciò; lo si può fare, astrattamente, con un ragionamento matematico formale. L'aver legato strettamente il concetto matematico alla realtà empirica sarà solo causa di incomprensioni e, dunque,di allontanamento dalla matematica, così maledettamente diffuso.

Dunque, le conclusioni sono:
NON si deve identificare la matematica solo con ragionamenti astratti e formali a causa dell'età del discente che necessita di ancoraggi al reale; ma NON si deve neppure fare il contrario.

E allora?
Allora la risposta è già implicita: la cultura matematica e didattica dell'insegnante deve plasmare la sua metodologia didattica, offrendo allo studente ancoraggi reali ma proprio per affrancarlo da essi e mostrare la matematica per quel che è. La matematica è strettamente legata al reale, ma non è il reale, non è una scienza empirica, è, come si usa dire, una scienza astratta. Conoscerla aiuta a capire il reale, il contrario funziona poco ed è pericoloso.
Non tutto in matematica si può modellizzare in modo concreto, se non si vuol rischiare un insuccesso clamoroso; e non tutto si deve offrire solo formalmente od astrattamente, per lo stesso motivo.

Se quegli psicologi avessero letto Fischbein, Maier, Laborde, Lerman, Duval, Brousseau… non avrebbero avuto bisogno di ri-fare questa "scoperta".
Comunque, come sempre, non tutto il male viene per nuocere: la scoperta sa di acqua calda, ma è utile per permettermi questa ulteriore riflessione.

E poi: CHI l'ha detto che i bambini non sanno ragionare in maniera astratta? Silvia Sbaragli ha da anni mostrato la sottile arguzia con la quale i bambini capiscono il concetto di punto geometrico, astratto, privo di dimensioni; e come sanno distinguere tra oggetto matematico e sua rappresentazione, se ben guidati (Martini, Sbaragli, 2005).

Dietro il concreto, spesso, ci si rifugia noi adulti, perché non sappiamo compiere corrette trasposizioni didattiche. Un po' di studio continuo di matematica e didattica, anche se si è in servizio, male non fa.

Letture consigliate:

D'Amore B. (1999). *Elementi di didattica della matematica*. Bologna: Pitagora.

Fandiño Pinilla M.I. (2005). *Frazioni, aspetti concettuali e didattici*. Bologna: Pitagora.

Fandiño Pinilla M.I., D'Amore B. (2006). *Area e perimetro, aspetti concettuali e didattici*. Trento: Erickson.

Marazzani I. (2007). *I numeri grandi*. Trento: Erickson.

Martini B., Sbaragli S. (2005). *Insegnare e apprendere la matematica.* Napoli: Tecnodid.

L'abstract dell'articolo pubblicato su *Scientifican American* si può rintracciare via webb:
http://www.sciam.com/article.cfm?id=in-abstract-avoid-concret
L'articolo pubblicato su *Le Scienze* si trova in:
http://lescienze.espresso.repubblica.it/articolo/articolo/1328885